

基于小波变换的自适应多阈值图像去噪

查宇飞 毕笃彦

(空军工程大学工程学院信号与信息处理实验室, 西安 710038)

摘要 小波图像去噪是小波应用较成功的一个方面,其中最重要的一个环节是最优阈值的确定,为此,提出了一种新的基于小波变换的自适应多阈值图像去噪方法——Multi-Threshold shrink 去噪法,这种方法是在不同子带和不同方向上选择不同的最佳阈值,而最佳阈值的选取是基于 Bayes 理论,并认为图像的小波系数是服从广义高斯分布的 (generalized Gaussian distribution)。通过实验证明,这种方法能很好地对图像去噪,与 Donoho 等人提出的 Visu shrink 去噪方法和 Chang 等人提出的 Bayes shrink 去噪方法相比,不仅提高了去噪后图像的信噪比(SNR)和最小均方误差(MSE),而且也使图像更加清晰,并能更好地适合人眼的视觉特性,从而可在客观和主观上同时获得更佳的去噪效果。

关键词 阈值 去噪 小波变换

中图分类号: TP391.41 TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2005)05-0567-04

Adaptive Wavelet Multi-thresholding for Image Denoising

ZHA Yu-fei, BI Du-yan

(Signal & Information Processing Lab, Engineering College of Air Force Engineering University, Xi'an 710038)

Abstract Image denoising via wavelet transform is one success of wavelet applications, where the most important case is how to obtain the optimal threshold. This paper proposes an adaptive, data-driven multi-thresholding for image denoising based on different subbands and orientations according to visual performance. The thresholding is derived in a Bayesian framework, and the prior used on the wavelet coefficients is the generalized Gaussian distribution (GGD) which has been widely used in image processing applications. Experiments show that this method is effective to image denoising. Comparing with Donoho's Visu shrink and S. Grace Chang's Bayes shrink, it not only improves the SNR (Signal-to-Noise Rate) and MSE (Minimizes the Mean Squared Error), but also makes denoised image more clear and fits to visual performance. Therefore, it has good performance both in objective and subjective.

Keywords thresholding, denoising, wavelet transform

1 引言

在获取和传输图像过程中,不可避免地要含有噪声,所以在处理和传输时,就必须对图像进行去噪处理,以提高图像的质量。由于小波变换有良好的局部特性,因此作为一种信号和图像处理的工具得到了广泛的应用。

1995年,Donoho首次提出了小波阈值^[1]这个概念,由于此方法在Besov空间上可以得到最佳的估计值,而其他的线性估计都达不到与此相同的结果,因此引起了国内外学者的注意。小波阈值是一种非

线性的方法,它是在小波域内通过对小波系数进行处理来达到去噪的目的,其理论前提是,认为图像的小波系数是服从广义高斯分布,且绝对幅值较大的小波系数主要是由信号变换后得到的,而绝对幅值较小的小波系数则主要是由噪声变换后得到的。这样就可以通过设定阈值将较小的噪声系数清除来达到去噪的目的。

本文在Donoho等人提出的图像去噪方法Visu shrink^[2]和Chang等人提出的基于Bayes准则的图像去噪方法Bayes shrink^[3]的基础之上,提出了一种新的基于小波变换的自适应多阈值图像去噪方法——MultiThr shrink,这种方法是在不同子带和不同

收稿日期:2004-07-12; 改回日期:2004-12-20

第一作者简介:查宇飞(1979~),男,2003年获空军雷达学院微波工程学士学位,现为空军工程大学工程学院信号与信息处理专业研究生。主要研究方向为图像处理与模式识别。E-mail:zhayufei@126.com

方向上通过选择不同的最佳阈值来去噪,从而可以获得更好的去噪效果。

2 最佳阈值的选择

2.1 阈值函数

阈值处理有软阈值函数 (soft threshold) 和硬阈值函数 (hard threshold)^[1] 两种,其中,软阈值函数 (也称作收缩 (shrinkage) 函数) 为

$$\eta(x) = \text{sgn}(x) \cdot \max(|x| - T, 0) \quad (1)$$

其中, x 是小波系数, T 是阈值。软阈值函数是先让小波系数 x 和 T 进行比较,然后根据比较的结果再向 0 进行收缩;

硬阈值函数为

$$\psi(x) = \begin{cases} x, & |x| > T \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

其中, x 是小波系数, T 是阈值。硬阈值函数是使绝对幅值大于 T 的小波系数保留,其他的系数则为 0。

由于软阈值函数相对于硬阈值函数来说,在 Besov 空间大范围内,更加接近极小极大准则的理想值,而且用硬阈值处理后的信号要比软阈值处理后的信号粗糙,因此,本文采用的是软阈值函数。

2.2 自适应多阈值的确定

通过阈值来进行去噪,最佳阈值 T 大小的确定是一个关键问题。

现在常用的确定阈值的方法有 Donoho 等人提出的 Visu shrink 方法^[1] 和基于 stein 无风险估计的 Sure shrink 方法^[4]。在 Visu shrink 方法中,最佳阈值 T 是按照如下的公式选取的:

$$T = \sigma \sqrt{2 \lg M} \quad (3)$$

其中, σ 是噪声标准差, M 是小波系数中所有高频系数的个数,这个阈值可称做通用阈值 (universal threshold); Sure shrink 法是首先给定阈值 T ,然后得到它的似然估计,再将非似然 T 最小化,就得到所选的阈值,它是一种软件阈值估计器。

Chang 等人根据图像小波系数分布的特点,提出了一种基于 Bayes 准则的图像去噪方法——Bayes shrink 去噪法^[3],其最佳阈值 T 为

$$T(\hat{\sigma}_{\text{signal}}) = \hat{\sigma}_{\text{noise}} / \hat{\sigma}_{\text{signal}} \quad (4)$$

其中, $\hat{\sigma}_{\text{noise}}^2$ 是噪声信号方差 σ_{noise}^2 的估计, $\hat{\sigma}_{\text{signal}}^2$ 是图像信号方差 σ_{signal}^2 的估计。

本文就是在以上基础上,提出一种基于不同子带、不同方向上的自适应多阈值的确定方法,本文

把它称作 MultiThr shrink 去噪法。

假设图像表示为

$\{f_{i,j}; i, j = 1, 2, \dots, n; n \in \mathbf{N}\}$, 其中, $f_{i,j}$ 表示图像中 (i, j) 点处的灰度值。

因此,含有噪声的图像就可以表示为

$$\{g_{i,j} = f_{i,j} + \varepsilon_{i,j} \quad i, j = 1, 2, \dots, n; n \in \mathbf{N}\} \quad (5)$$

其中,噪声 $\{\varepsilon_{i,j}\} \sim N(0, \sigma^2)$, $N(\cdot)$ 表示正态分布,而且它是独立同分布的,其与图像 $\{f_{i,j}\}$ 也是相互独立的。

经小波变换以后,有

$$\{W_{g_{i,j}} = W_{f_{i,j}} + W_{\varepsilon_{i,j}}, i, j = 1, 2, \dots, n; n \in \mathbf{N}\} \quad (6)$$

其中, $W_{g_{i,j}}$ 表示含有噪声图像的小波系数; $W_{f_{i,j}}$ 表示原始图像的小波系数, $W_{\varepsilon_{i,j}}$ 表示噪声的小波系数。

本文提出的方法包括以下 3 步:

(1) 对噪声方差 $\sigma_{\varepsilon_{i,j}}^2$ 进行估计

根据文献[1]、[5],对噪声信号方差 $\sigma_{\varepsilon_{i,j}}^2$ 可按下式进行估计

$$\hat{\sigma}_{\varepsilon_{i,j}}^2(s, J) = \frac{\text{Median}(|W_{g_{i,j}}(s)|)}{C} \quad (7)$$

其中, $W_{g_{i,j}}(1) \in \{LH_J\}$, $W_{g_{i,j}}(2) \in \{HL_J\}$, $W_{g_{i,j}}(3) \in \{HH_J\}$, C 是常数,一般取 $0.6745^{[1]}$; $s = 1, 2, 3; J = 1, 2, \dots, l, l$ 表示小波分解的层数。

(2) 对图像的小波系数方差 $\sigma_{w_{f_{i,j}}}^2$ 进行估计。

由于 $W_{g_{i,j}}$ 服从高斯分布^[5], 所以

$$\hat{\sigma}_{w_{g_{i,j}}}^2(s, J) = \frac{1}{N^2(J)} \sum_{i,j=1}^{N(J)} W_{g_{i,j}}^2(s) \quad (8)$$

由 $\sigma_{w_{g_{i,j}}}^2 = \sigma_{w_{f_{i,j}}}^2 + \sigma_{w_{\varepsilon_{i,j}}}^2$ 可得到

$$\hat{\sigma}_{w_{f_{i,j}}}^2(s, J) = \sqrt{\max(\hat{\sigma}_{w_{g_{i,j}}}^2(s, J) - \hat{\sigma}_{w_{\varepsilon_{i,j}}}^2(s, J), 0)} \quad (9)$$

(3) 这样就可以得到 MultiThr shrink 的阈值的表达式:

$$T(s, J) = \frac{\hat{\sigma}_{w_{g_{i,j}}}^2(s, J)}{\hat{\sigma}_{w_{f_{i,j}}}^2(s, J)} \quad (10)$$

3 评价标准

考虑到人眼的视觉特性,本文采用了客观标准和主观标准两个评价标准。

客观标准主要有最小均方误差 (minimizes the mean squared error, MSE) MSE 和信噪比 (singal-to-noise rate, SNR) SNR 两个性能指标。

最小均方误差的计算公式为

$$MSE = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (\hat{f}_{i,j} - f_{i,j})^2 \quad (11)$$

其中, $\hat{f}_{i,j}$ 表示重建恢复后图像像素的灰度值, $f_{i,j}$ 表示原始图像各点的灰度值。

信噪比的计算公式为

$$SNR = 10 \cdot \lg\left(\frac{\sigma_{\hat{f}_{i,j}}^2}{MSE}\right) \quad (12)$$

其中, $\sigma_{\hat{f}_{i,j}}^2$ 表示重建恢复后图像灰度值的方差。

由于人眼并不是对图像中所有的成分都敏感,而只是对其中部分成分敏感,其给人的视觉感受就是图像的粗糙和清晰,因此主观标准是图像的清晰度^[5]。

4 仿真计算

为验证本文去噪方法的效果,选取了两幅大小为 256×256 含有不同程度噪声 ($\sigma = 5, 10, 20, 25$) 的图像“woman”和“facets”,采用 3 种不同的去噪方法(Visu shrink 法, Bayes shrink 法和 MultiThr shrink 法)进行了去噪实验,本文提出的 MultiThr shrink 去噪法的步骤如下:

(1) 噪声图像 $\{g_{i,j}\}$, 用 Mallat 金字塔算法,通过小波变换将其分解到 l 层,其中母小波函数选为 Sym4。将第 J 层的不同方向上的小波系数记为

$W(s, J)$, $s = 1, 2, 3$ 分别代表不同方向(水平、垂直、斜方向); $J = 1, \dots, l$;

(2) 阈值处理。根据式(10)

$$T(s, J) = \frac{\hat{\sigma}_{W_{ei,j}}^2(s, J)}{\hat{\sigma}_{W_{fi,j}}(s, J)}$$

得到不同子带、不同方向上的阈值 $T(1, J)$, $T(2, J)$, $T(3, J)$;

(3) 通过软阈值函数对第 J 层第 s 方向小波系数 $W(s, J)$ 进行处理;

$$W(s, J) - T(s, J), \text{ 如果 } W(s, J) > T(s, J);$$

$$W(s, J) = 0, \text{ 如果 } W(s, J) < T(s, J), \text{ 并且 } W(s, J) \geq -T(s, J);$$

$$W(s, J) + T(s, J), \text{ 如果 } W(s, J) < -T(s, J)$$

(4) 利用阈值处理后的小波系数 $W(s, J)$, 通过小波逆变换来进行图像重建。

5 实验结果及讨论

表 1, 表 2 给出了原始图像和经 Visu shrink 法, Bayes shrink 法, MultiThr shrink 法去噪后图像的信噪比 SNR 和最小均方误差 MSE。图 1、图 2、图 3 表示出了用 Sym4 小波分解到第 5 层 ($J = 5$), $\sigma = 10$ 时, 采用不同去噪方法的去噪效果。

表 1 含有不同程度噪声的“woman”图像通过不同去噪法去噪后图像的最小均方差和信噪比

Tab. 1 SNR and MSE obtained by different methods on the image “woman” blurred by various noises

	原始图像		Visu shrink 法		Bayes shrink 法		MultiThr shrink 法	
	SNR(dB)	MSE	SNR(dB)	MSE	SNR(dB)	MSE	SNR(dB)	MSE
$\sigma = 5$	28.1951	25.2217	28.2035	21.6425	28.8444	21.1819	28.8778	80.1592
$\sigma = 10$	22.2264	99.68866	22.2491	82.3000	23.0374	80.1592	23.0900	299.4072
$\sigma = 20$	16.2011	399.1775	16.3112	299.4072	17.4078	290.5850	17.4674	448.3601
$\sigma = 25$	14.2670	623.1351	14.4336	448.3601	15.6418	433.9806	15.7099	

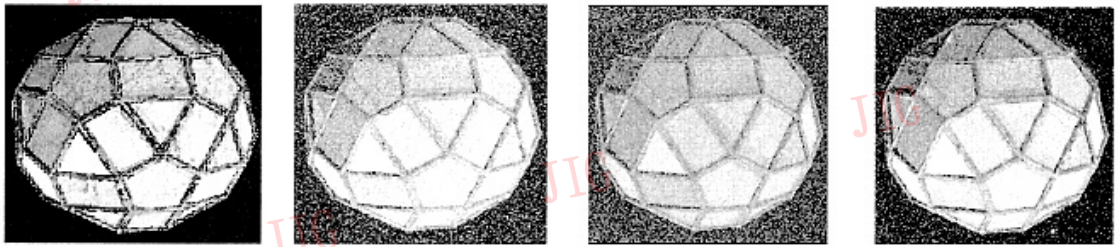
表 2 含有不同程度噪声的“facets”图像通过不同去噪法去噪后图像的最小均方差和信噪比

Tab. 2 SNR and MSE obtained by different methods on the image “facets” blurred by various noises

	原始图像		Visu shrink 法		Bayes shrink 法		MultiThr shrink 法	
	SNR(dB)	MSE	SNR(dB)	MSE	SNR(dB)	MSE	SNR(dB)	MSE
$\sigma = 5$	27.1927	25.0270	27.2002	22.7605	27.6010	22.4356	27.6560	85.0437
$\sigma = 10$	21.1810	99.9027	21.2114	85.0437	21.8691	83.2953	21.9017	298.0353
$\sigma = 20$	15.1412	400.6624	15.2851	298.0353	16.3908	290.9334	16.4536	436.9803
$\sigma = 25$	13.2207	624.6120	13.4213	436.9803	14.7238	425.5172	14.8009	

由表 1 和表 2 可以看出, 经 MultiThr shrink 方法去噪处理后的图像要比原始噪声图像的信噪比改善很多, 已达到了去噪的目的。和 Visu shrink 法相比, 信噪比和最小均方误差提高幅度很大, 可见, 性能要大大地优于 Visu shrink 法; 和 Bayes shrink 法相比, 虽然信噪比和最小均方误差提高的幅度较小,

但仍然有提高, 可见, 从客观标准来看, MultiThr shrink 法要优于 Visu shrink 法和 Bayes shrink 法; 由于 MultiThr shrink 法是在不同子带、不同方向上确定不同的阈值, 因此它更多地保留了原始图像的边缘信息。从图 3 可以看出, 经过 MultiThr shrink 处理去噪后的图像相对于经过 Visu shrink 法和 Bayes



(a) 原始图像 (b) 噪声图像 (c) Visu shrink 法去噪后图像 (d) Bayes shrink 法去噪后图像

图 1 “facets”原始图像、噪声图像以及采用 Visu shrink 法和 Bayes shrink 法去噪后的图像($J=5, \sigma=10$)

Fig. 1 The original image, noise image and denoised images respectively by Visu shrink and Bayes shrink for “facets” ($J=5, \sigma=10$)



(a) 原始图像 (b) 噪声图像 (c) Visu shrink 法去噪后图像 (d) Bayes shrink 法去噪后图像

图 2 “woman”原始图像、噪声图像以及采用 Visu shrink 法和 Bayes shrink 法去噪后的图像($J=5, \sigma=10$)

Fig. 2 The origin image, noise image and denoised images respectively by Visu shrink and Bayes shrink for “woman”($J=5, \sigma=10$)

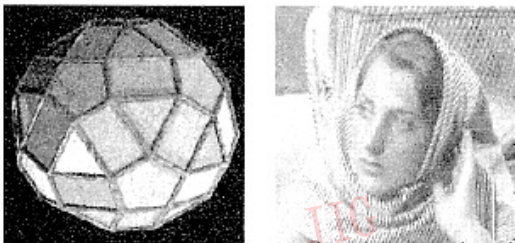


图 3 采用 MultiThr shrink 法对图像去噪后的图像($J=5, \sigma=10$)

Fig. 3 The denoised images by MultiThr shrink($J=5, \sigma=10$)

shrink 法处理去噪后的图像要清晰,可见,从主观标准来看, MultiThr shrink 法也要优于 Visu shrink 法和 Bayes shrink 法。综上所述, MultiThr shrink 法去噪的性能要优于 Visu shrink 法和 Bayes shrink 法。

6 结 论

本文提出了一种基于不同子带不同方向和 Bayes 准则的自适应多阈值的去噪方法——MultiThr shrink 去噪法。这种方法不仅改善了图像质量,即提高了信

噪比 SNR 和最小均方误差 MSE ,而且也使图像更加清晰,并适合人眼的视觉特性。它可以运用到检测和识别系统中,以提高系统的检测和识别性能。由于本方法在不同子带、不同方向上,对噪声方差和信号方差的估计都采用同一种算法,因此以后可以根据不同子带、不同方向上的特点采取不同的算法,还可以进一步地提高恢复图像的清晰度。

参考文献 (References)

- 1 Donoho D L. De-noising by soft-thresholding[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1995, 41: 613 ~ 627.
- 2 Donoho D L, Johnstone I M. Ideal spatial adaptation via wavelet shrinkage[J]. Biometrika, 1994, 81: 425 ~ 455.
- 3 Chang S G, Yu B, Martin V. Adaptive wavelet thresholding for image denoising and compression [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000, 9(9): 1532 ~ 1546.
- 4 Stein C M. Estimation of the mean of a multivariate normal distribution[J]. Annual Statistical, 1981, 9(6): 1135 ~ 1151.
- 5 Yang Dali, Xu Mingxing, Wu Wenhui, et al. A noise cancelation method based on wavelet transform[A]. In: International Symposium on Chinese Spoken Language processing [C], Beijing, 2000: 211 ~ 214.